**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Θεωρία σελίδα 135

**Α2**. Θεωρία σελίδα 51

**Α3**. Θεωρία σελίδα 23

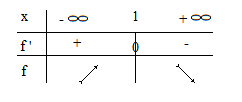
**Α4**. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.** Θέτω  άρα η  γίνεται  άρα 

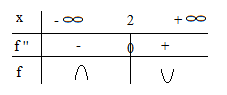
**Β2.** Η f είναι συνεχής στο R και παραγωγίσιμη με 

για κάθε  



Η f είναι  στο  και  στο , και έχει ολικό max το f(1)=1

**B3.** H f ΄ είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο R με 





Η f είναι κοίλη στο  και κυρτή στο , και έχει σημείο καμπής το

. H f ορίζεται στο R και είναι συνεχής άρα η Cf δεν έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες.



 άρα η Cf δεν έχει πλάγιες ή οριζόντιες ασύμπτωτες στο 





άρα η y=0 είναι οριζόντια ασύμπτωτη της Cf στο 

**Β4.** i) 

Σύνολο τιμών 

ii) Aν  τότε η f(x)=λ έχει μία ρίζα γιατί άρα 1 λύση μοναδική λόγω μονοτονίας

Αν 0<λ<1 τότε η f(x)=λ έχει δύο ρίζες λεf(-∞,1] 1μοναδική λύση λόγω μονοτονίας

Αν λ=1 τότε η f(x)=λ έχει μία ρίζα την x=1 λεf[1,+∞) 1 λύση λόγω μονοτονίας

Aν λ>1 τότε η f(x)=λ δεν έχει ρίζες

**ΘΕΜΑ Γ**



1. Η  είναι συνεχής στο  ως πολυωνυμική

Η  είναι συνεχής στο  ως βασική τριγωνομετρική



άρα η f είναι συνεχής και στο 0.

Άρα η f είναι συνεχής στο 





άρα η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο 0.

1. i) Η f είναι συνεχής στο και παραγωγίσιμη στο  με 



 άρα δεν ικανοποιούνται όλες οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle για την f στο .

ii) αφού 

άρα υπάρχει μοναδικό  τέτοιο ώστε 





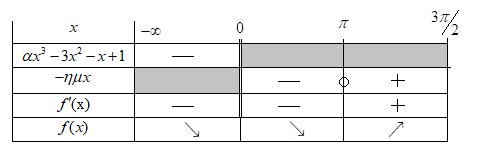


και αφού 

Ισχύει  για κάθε 

Άρα δεν υπάρχουν σημεία της Cf με αρνητική τετμημένη, στα οποία η εφαπτομένη είναι παράλληλη στον  .

1. 1ος τρόπος



η f είναι συνεχής στο 0 

Άρα έχει ολικό ελάχιστο το 

άρα για κάθε  ισχύει 

2ος τρόπος

Για 

για 

Για  που ισχύει

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.**

Έστω 

* g συνεχής στο  ως πράξεις συνεχών
* 

Από Θ.Bolzano υπάρχει τουλ. 

. Αρα g γν. αύξουσα στο .

Επομένως  μοναδική λύση.

**Δ2.**





Αν  και αν 

Ετσι η f παρουσιάζει ελάχιστο στο . 

**Δ3.**



Από Δ2  με την ισότητα στο  (ελαχ) μοναδικο

=

Πρέπει

.

Ισχύει από το Δ1.

**Δ4.**

f(x)>φ(x), d(x)= f(x)-φ(x)

Ελάχιστη στο , άρα d(x)d()f(x)-φ(x) f()-φ() f(x)-φ(x) -φ() ,

* Αν η φ δεν είναι παραγωγίσιμη στο τότε το είναι κρίσιμο σημείο.
* Αν η φ είναι παραγωγίσιμη στο f(x)φ(x)-φ()

Για x> (1)

Για x< (2)

(1),(2) , το είναι κρίσιμο σημείο.

- - - - -

**ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ**

**ΟΡΟΣΗΜΟ ΡΑΦΗΝΑΣ**